

Stage Master 1 et 2

proposé par Michel ROULEUX, Centre de Physique Théorique

Intrication multi-mode de systèmes fermioniques

On s'intéresse à l'intrication d'un système de plusieurs particules décrites par une fonction d'onde antisymétrique. On discutera notamment des propriétés liées à l'indiscernabilité, et à la localité des particules.

On commence par introduire quelques notions mathématiques, comme le produit tensoriel et les matrices densité.

On construit alors le produit tensoriel de deux espaces vectoriels \mathcal{H}_A et \mathcal{H}_B , associés à deux "particules" A et B, ou plus généralement des espaces $\mathcal{H}_A, \mathcal{H}_B, \mathcal{H}_C \dots$ associés aux particules A, B, C, ...

Un rôle particulier est joué par les produits tensoriels symétriques (statistique de Bose-Einstein) ou anti-symétriques (statistique de Fermi-Dirac). Généralement les particules sont considérées comme indiscernables, mais dans des expériences d'interférométrie, on prend aussi en compte leur éventuelle discernabilité (ou indiscernabilité partielle). Il est donc souhaitable d'avoir un formalisme algébrique général.

Dans le cas antisymétrique indiscernable on obtient ainsi le déterminant de Slater (forme de degré n sur un espace de dimension n) mais on peut considérer aussi des formes anti-symétriques de degré non maximal, dont on donnera quelques exemples. Ainsi l'intrication de 2 fermions à 2 degrés de liberté (spin ± 1) est décrite par le déterminant dans l'espace vectoriel \mathbf{C}^2 , tandis que la fonction d'onde de 3 fermions intriqués 2 à 2 est donnée par le déterminant dans l'espace *affine* \mathbf{C}^2 . Plus généralement, pour des particules de spin S , $n = 2S + 1$.

Si le temps le permet, et selon le public concerné (Master 1 ou 2) on considèrera ensuite les corrélations de ces fermions dans une expérience de Stern-Gerlach, avec l'un ou l'autre des objectifs suivants:

(1) *Inégalités de Bell*. Il s'agit de confronter la "théorie des variables cachées" avec la Mécanique Quantique (violation des inégalités de Bell). On considèrera ensuite le cas des 3 particules, à partir de l'étude générale [CaLo-RoZh].

(2) *Déterminants affines de Slater*. On esquisse la théorie des déterminants de Slater pour $2S+2$ particules indiscernables de spin S , généralisant les calculs ci-dessus pour $S = 1/2$.

(3) *Interférométrie*. On considère les taux de coïncidence dans l'interféromètre de Stern-Gerlach en exploitant les symétries par permutation de fermions partiellement discernables.

La méthode consiste à transposer aux systèmes fermioniques des idées déjà utilisées pour les bosons.

References

[Ca] Cabello A 2002 *Phys. Rev. A* **65** (3) 032108

[CaLo-RoZh] Ca1 Lopez-Rosa S, Zhen-Peng Xu and Cabello A 2016 *Phys. Rev. A* **94** 062121

[Ro] M. Rouleux. Multimode entanglement for fermions. ISQS26, Int. Conference on Integrable Syst. and Quantum symmetries. IOP. Prague, 2019. <http://arxiv.org/abs/1910.04790>; *J. of Phys.: Conferences Series*, to appear (2020).